

研究論文

管路の波動を考慮した定圧膨張弁の動特性

Dynamic Behavior of Constant Pressure Expansion Valve Considering Pressure Wave in the Pipe Line

新井正彰* Masaaki ARAI

樋口金次郎* Kinjiro HIGUCHI

ABSTRACT

The constant pressure expansion valve is used in refrigerating system as the evaporative pressure controller, and it is often used as a pneumatic pressure reducer. Its characteristics do not seem to be revealed clear in publication and the pressure wave in the pipe line is usually neglected in its studies. However, in many cases the oscillation of the valve is induced by the resonance between the pressure changes in the valve chamber and the pressure wave caused by the variation of the load or the supply pressure.

In this investigation, when the disturbance was introduced suddenly by switching the solenoid valve of the downstream pipe line, the transient oscillation of the valve using air as working fluid was measured. The wave equation was numerically solved using the Method of Characteristics. From the agreement between the experimental result and the analytical result, the basic informations of the valve in order to have the more stable characteristics have been obtained.

1. ま え が き

定圧膨張弁は圧力感知要素にベローズを用いた自力調節式の圧力制御弁であり、冷凍システムにおいて蒸発圧力の制御を行ない、しばしば空気減圧弁としても使用される。

この種の制御弁が発振現象を起す事は良く知られているが、これに関する研究発表はきわめて少ない。また従来の研究は管路の波動を省略して行なっているのが普通である(1)(2)(3)。しかしながら、実際の発振は多くの場合、供給圧力や負荷の変動が管路内に波動を起し、それが弁室内に圧力振動を与え、それらの共振により発振する。したがって、発振現象をより正確に把握するためには、管路系の圧力波動を考慮しなくては十分と言えない。

本研究では、定圧膨張弁の不安定な発振を弁室内圧力と管路の波動の共振現象としてとらえ、空気を動作流体とし、下流管路内圧力急変時の過渡振動を配管、その他各種条件を変え、実測した。解析は膨張弁の特

性方程式、管路の波動方程式などの非線形の基礎方程式をもとに行ない、実測値との比較、検討を行なうとともに安定な弁へのより詳細な基礎資料を得る事を目的とした。なお、管路の波動方程式の数値計算は特性曲線法を利用した。

【記号】

添字の数字は図に対応する。{ } 内に S I 単位を示した。

y: 弁変位 (cm), y_n: 弁バネ初期たわみ (cm), y_a: 弁最大変位 (cm), y_0: 初期弁変位 (平衡時) (cm), d: 管路内径 (cm), d_0: 弁口径 (cm), a_bar: y=0 のときの弁有効受圧面積 (cm^2), a_b: ベローズ有効受圧面積 (cm^2), a: 図示管路面積 (cm^2), l: 図示管路長 (cm), u: 図示流速 (cm/sec), a: 図示音速 (cm/sec), p: 図示絶対圧力 (kg/cm^2), {Pa},

*東京農工大学工学部 原稿受付 昭和50年9月29日

v: 図示体積 (cm^3), m_dot: 図示重量流量 (kg/sec), {N/sec}, k: 弁バネ定数 (kg/cm), {N/m}, C_d: 粘性抵抗係数 (kg.sec/cm), {N.sec/m}, C_f: 弁押し上げ力係数, C_e: 弁流量係数, w: 弁等価重量 (kg), {N}, t: 時間 (sec), rho: 密度 (kg.sec^2/cm^4), {kg/m^3}, f: 管摩擦係数 [=tau_w/(0.5 rho u^2)], tau_w: 管壁の流体せん断力, kappa: 比熱比, g: 重力加速度 (cm/sec^2), R: 気体定数 (kg.cm/kg.^circK), p_a: 大気絶対圧力 (kg/cm^2), {Pa}, T_0: 大気絶対温度 (^circK), @: 基準状態における大気音速 (=sqrt(kgRT_0)), (cm/sec), a_A: 大気圧に等エントロピ変化をしたときの音速 (cm/sec), v_0: y=0 のときの 下流側弁室容積 (cm^3), v_b: y=0 のときのベローズ室容積 (cm^3), a_0=v_0/y_a, t_0=v_0/(@ a_0)=y_a/@, m_0=p_a v_0/(RT_0)

無次元化した記号

Z=t/t_0, P=p/p_a, A=a/@, V=v/v_0, Y=y/y_a, U=u/@, DM=m_dot t_0/m_0, F=a/a_0, L=l/y_a, Delta X=L/n (n: 網目数), lambda=A+(kappa-1)U/2 (リーマン変数), beta=A-(kappa-1)U/2 (リーマン変数), F_r=a_bar/a_0, F_y=1-C_f Y, zeta=C_d g t_0/w, omega^2=k g t_0^2/w, xi=g a_0 p_a t_0^2/(w y_a), eta=a_b p_a g t_0^2/(w y_a), J_1=y_a sin theta pi d_0/a_0, J_2=a_b y_a/v_0, J_3=J_2, J_4=v_b/v_0, D=d/dZ,

phi(R_{23}) = (2 * (R_{23}^{2/kappa} - R_{23}^{(kappa+1)/kappa}))^{1/2}, R_{23} = P_3/P_2

2. 管路系の非定常1次元流れの特性曲線法による解析と網目法による数値計算

2.1 特性曲線法による解析

管路系の非定常1次元流れは管路に沿った距離と時間の2つを独立変数とする非線形2階の双曲型偏微分方程式を解く事に帰着する。本解析ではこれを特性曲線法を用いて解いた。

実験に用いた膨張弁の上流、下流の管路の径は比較的小さいので管摩擦を考慮した。また弁室内エントロピ変化に比べて管路内のエントロピ変化は小さいので管路の流れは一様エントロピとし、管路途中のエントロピ変化、および熱伝達は省略した。空気を理想気体と仮定すると一様断面積の管路の基礎方程式は連続の式から

d rho/dt + rho du/dx + u dp/dx = 0 (1)

運動量の式から

du/dt + u dx/dx + 1/rho dp/dx + 4f/d * u^2/2 * u/|u| = 0

..... (2)

理想気体の仮定から音速は a^2 = (dp/d rho)_s = kappa p/rho となる。

これを用いて(1)式を整理すると

d rho/dt + a^2 rho du/dx + u dp/dx = 0 (3)

(3)式 +/- rho a x (2)式の計算から

{ dp/dt + (u +/- a) dp/dx } +/- rho a { du/dt + (u +/- a) du/dx } +/- 4f/d * u^2/2 * u/|u| rho a = 0 (4)

(4)式に d/dt = d/dt + c d/dx を導入し、これを x-t 平面で考えるとつぎのような特性微分方程式が得られる。 dx/dt = u+a の特性曲線の傾きに沿って

dp/dt + rho a du/dt + 4f/d * u^2/2 * u/|u| rho a = 0 (5)

dx/dt = u-a の特性曲線の傾きに沿って

dp/dt - rho a du/dt - 4f/d * u^2/2 * u/|u| rho a = 0 (6)

管摩擦によるエントロピ変化を省略しているため、

dp/p = 2 kappa da/a となる。これを(5),(6)式に代入し、まとめると

da +/- (kappa-1)/2 du = +/- (kappa-1)/2 * 4f/d * u^2/2 * u/|u| dt (7)

ここで各変数を A = a/@, U = u/@, X = x/y_a, Z = @t/y_a と無次元化し、リーマン変数 lambda = A + (kappa-1)/2 U,

beta = A - (kappa-1)/2 U を用いて(7)式を表わすと

lambda 特性曲線に対して 傾き条件 dX/dZ = U+A { [dX/dZ]_lambda = [(kappa+1)/(2(kappa-1))] lambda - [(3-kappa)/(2(kappa-1))] beta } (8)

適合条件 d lambda = dA + (kappa-1)/2 dU = - (kappa-1)/2 * 2f y_a/d * U^2/|U| dZ (9')

beta 特性曲線に対して 傾き条件 dX/dZ = U-A { [dX/dZ]_beta = [(3-kappa)/(2(kappa-1))] lambda - [(kappa+1)/(2(kappa-1))] beta } (9)

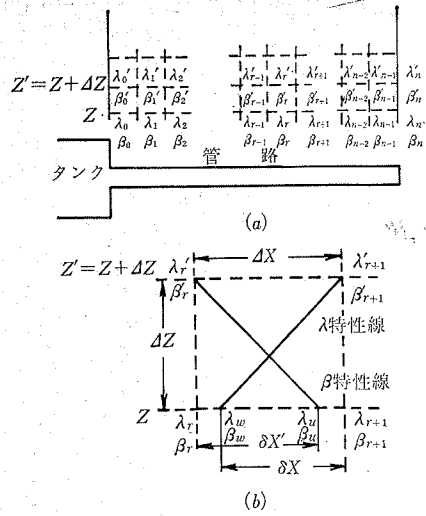


図1 網目法による計算

適合条件

$$d\beta = dA - \frac{\kappa-1}{2} dU = \frac{\kappa-1}{2} \frac{2f\gamma a}{d} U_2 \frac{U}{|U|} dZ \quad \dots\dots\dots (9')$$

2.2 網目法による数値計算

(8), (9) 式の特性式は、網目法の導入による1階差分の近似から数値計算できる。図1(a)に管路をn等分し、各網目におけるリーマン変数を示した。図1(b)にr番目の網目を拡大し、λ, β特性線を示した。図に示すλ_w, β_wは線形差分近似から、つぎのように表わせる。

$$\lambda_w = \lambda_{r+1} - \frac{\delta X}{\Delta X} (\lambda_{r+1} - \lambda_r) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\beta_w = \beta_{r+1} - \frac{\delta X}{\Delta X} (\beta_{r+1} - \beta_r) \quad \dots\dots\dots (11)$$

(10), (11) 式より λ_w, β_w を消去すると

$$\frac{\delta X}{\Delta X} = \frac{C_1 \lambda_{r+1} - C_2 \beta_{r+1}}{\frac{\Delta X}{\Delta Z} + C_1 (\lambda_{r+1} - \lambda_r) - C_2 (\beta_{r+1} - \beta_r)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに C₁ = $\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}$, C₂ = $\frac{3-\kappa}{2(\kappa-1)}$

(12) 式を (10) 式に代入すると

$$\lambda_w = \lambda_{r+1} - \frac{(\lambda_{r+1} - \lambda_r)(C_1 \lambda_{r+1} - C_2 \beta_{r+1})}{\frac{\Delta X}{\Delta Z} + C_1 (\lambda_{r+1} - \lambda_r) - C_2 (\beta_{r+1} - \beta_r)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\beta_w = \beta_{r+1} -$$

$$\frac{(\beta_{r+1} - \beta_r)(C_1 \lambda_{r+1} - C_2 \beta_{r+1})}{\frac{\Delta X}{\Delta Z} + C_1 (\lambda_{r+1} - \lambda_r) - C_2 (\beta_{r+1} - \beta_r)} \quad \dots\dots\dots (13')$$

(8') 式より

$$\delta\lambda = -\frac{\kappa-1}{2} \frac{2f\gamma a}{d} \left\{ \frac{\lambda_w - \beta_w}{\kappa-1} \right\}^2 \frac{\lambda_w - \beta_w}{|\lambda_w - \beta_w|} \Delta Z \quad \dots\dots\dots (14)$$

また Z' における λ_{r'+1} は

$$\lambda_{r'+1} = \lambda_w + \delta\lambda \quad \dots\dots\dots (15)$$

したがって、Z における各網目での λ, β が既知であれば、Z' = Z + ΔZ の λ' は λ, β を用いて (13)~(15) 式より計算できる。同様に β' も β_w + δβ から計算できる。

3. 境界条件

図1からわかるように管路両端の時間 Z' におけるリーマン変数 λ_{0'}, β_{n'} は網目法により計算できないので、適切な境界条件を導入する必要がある。そこで境界条件を3つに分類してつぎに述べる。

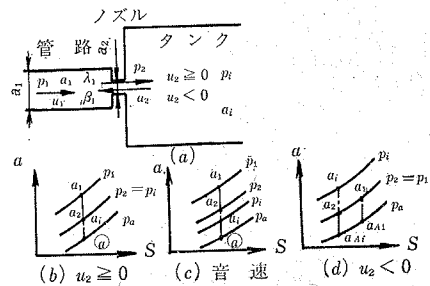


図2 ノズルとタンク

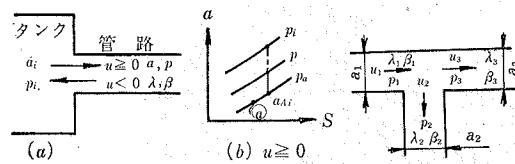


図3 タンクと管路

図4 分岐管

3.1 境界1 (図2(a)に示すように管路端がノズルのとき)

3.1.1 ノズルよりタンクへ流れるとき (u₂ ≥ 0)

a) ノズルにおける流速が亜音速のとき

$$1 \leq \Pi_\alpha \leq \left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr} + \frac{\kappa-1}{2} \phi \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{cr} \frac{2}{\kappa-1}$$

管路からノズルへの流れは等エントロピー変化、ノズル内の圧力 p₂ はタンク内圧力 p₁ に等しく、タンク内はよどみの状態と仮定する。図2(b)に各変数の

エントロピー線図を示した。連続の式、およびエネルギー式から

$$a_1 \rho_1 u_1 = a_2 \rho_2 u_2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$a_1^2 + \frac{\kappa-1}{2} u_1^2 = a_2^2 + \frac{\kappa-1}{2} u_2^2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

等エントロピーの仮定から、 $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{\frac{2}{\kappa-1}}$ となる。

これを (16) 式に代入し、(17) 式から u₂ を消去すると

$$\left(\frac{u_1}{a_2}\right)^2 = \frac{2}{\kappa-1} \left\{ \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 - 1 \right\} \frac{1}{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \left\{ \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\frac{4}{\kappa-1}} - 1 \right\}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

(18) 式に a₂ = a_i を代入し、無次元化すると

$$\left(\frac{U_1}{A_i}\right)^2 = \frac{2}{\kappa-1} \left\{ \left(\frac{A_1}{A_i}\right)^2 - 1 \right\} \frac{1}{\phi^2 \left(\frac{A_1}{A_i}\right)^{\frac{4}{\kappa-1}} - 1} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 $\phi = \frac{a_2}{a_1}$ 。既知の λ₁ をつぎのように置き

$$\lambda_1 = \left(\frac{p_1}{p_a}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} + \frac{\kappa-1}{2} \frac{u_1}{a_1} = P_1^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} + \frac{\kappa-1}{2} U_1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

計算式を簡単にするため、Π, Π_α をつぎのように置く。

$$\Pi = \left(\frac{P_1}{P_i}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} = \frac{A_1}{A_i} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\Pi_\alpha = \frac{\lambda}{P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}} = \Pi + \frac{\kappa-1}{2} \frac{U_1}{A_i} \quad \dots\dots\dots (22)$$

(21), (22) 式を (19) 式に代入すると

$$\left\{ \left(\Pi_\alpha - \Pi\right) \frac{2}{\kappa-1} \right\}^2 = \frac{2}{\kappa-1} \frac{(\Pi^2 - 1)}{\frac{1}{\phi^2} \Pi^{\frac{4}{\kappa-1}} - 1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

(23) 式から Π を求めると、未知の β₁ はつぎのように定まる。

$$\beta_1 = 2\Pi P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} - \lambda_1 \quad \dots\dots\dots (24)$$

なお、(23) 式の Π はニュートン・ラプソン法より数値計算する。

b) ノズルにおける流速が音速のとき

$$\left(\Pi_\alpha > \left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr} + \frac{\kappa-1}{2} \phi \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{cr} \frac{2}{\kappa-1}\right)$$

管路からノズルへの流れを等エントロピー変化、ノズル内の流速 u₂ は a₂ に等しいとし、タンク内はよどみの状態と仮定する。各変数のエントロピー線図は図2(c)に示した。u₂ = a₂ を (17) 式に代入すると

$$\left(\frac{u_1}{a_2}\right)^2 = \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \frac{2}{\kappa-1} \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (25)$$

(25) 式を (18) 式に代入し、無次元化すると

$$\phi^2 - \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr}^{\frac{4}{\kappa-1}} + \frac{2}{\kappa-1} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr}^{\frac{2(\kappa+1)}{\kappa-1}} = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

(26) 式を満足する $\left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr}$ を $\left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr}$ と置くと、音速のとき、Π_α は

$$\Pi_\alpha > \left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr} + \frac{\kappa-1}{2} \phi \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{cr} \frac{2}{\kappa-1} \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。(16) 式から u₁ を求め、u₂ = a₂ を代入し、無次元化すると

$$U_1 = \phi \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{cr}^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} A_1 \quad \dots\dots\dots (28)$$

(28) 式の両辺を A_i で割り、 $\left(\frac{A_1}{A_i}\right) = \left(\frac{P_1}{P_i}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}$

を代入すると

$$\frac{U_1}{A_i} = \phi \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{cr}^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \left(\frac{P_1}{P_i}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} \quad \dots\dots\dots (29)$$

(29) 式を (22) 式に代入すると

$$\Pi_\alpha = \Pi + \frac{\kappa-1}{2} \phi \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{cr}^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \Pi \quad \dots\dots\dots (30)$$

(30) 式から Π は

$$\Pi = \frac{1}{2} \Pi_\alpha \left\{ \frac{1-K}{1+K} + 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ただし、 $K = \frac{\kappa-1}{2} \phi \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{cr}^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}$ 。(31) 式より Π を求めれば、未知の β₁ は a) と同様に (24) 式から定まる。なお、(26) 式の $\left(\frac{A_1}{A_2}\right)_{cr}$ はニュートン・ラプソン法から求める。

3.1.2 タンクよりノズルへ流れるとき

$$(u_2 < 0, \Pi_\alpha < 1)$$

タンクからノズルへの流れは等エントロピー変化、ノズルから管路への流れは等圧変化とし、タンク内はよどみの状態であるとする。エントロピー線図を図2(d)に示した。エネルギー式から

$$1 = \left(\frac{a_2}{a_i}\right)^2 + \frac{\kappa-1}{2} \left(\frac{u_2}{a_i}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_i}\right)^2 + \frac{\kappa-1}{2} \left(\frac{u_1}{a_i}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (32)$$

連続の式は (16) 式と同じである。等圧変化の仮定から $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2$ となり、これを (16) 式に代入し、u₂ を求め、(32) 式に代入すると

$$\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 + \frac{\kappa-1}{2} \frac{1}{\phi^2} u_1^2 \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^4 \frac{1}{a_1^2} = 1 \quad \dots\dots\dots (33)$$

(32) 式から $\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^4$ を求め、(33)式に代入し、無次元化すると

$$\phi \left(\frac{P_i}{P_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} \sqrt{\frac{2}{\kappa-1} \left\{ \left(\frac{P_i}{P_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right\}} = \frac{\left(\frac{U_1}{A_i}\right)}{1 - \frac{\kappa-1}{2} \left(\frac{U_1}{A_i}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (34)$$

エントロピ線図から $A_i = \frac{a_i}{\phi} = \left(\frac{P_i}{P_a}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} = P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}$ であるから

$$A_{ai} = \frac{a_i}{\phi} = \frac{a_i}{a_i} \frac{a_i}{\phi} = A_i \frac{1}{P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}} = \frac{1}{C} \quad \dots\dots\dots (35)$$

と置き、(35) 式と (22) 式から Π_a は

$$\Pi_a = \Pi + \frac{\kappa-1}{2} \frac{U_1}{A_i C} \quad \dots\dots\dots (36)$$

(36) 式から (34) 式の $\frac{U_1}{A_i}$ を消去し、(34) 式を Π , Π_a で表わすと

$$\frac{\phi^2}{\Pi^2} \left\{ \frac{2}{\kappa-1} \left(\frac{1}{\Pi^2} - 1 \right) \right\} = \frac{(\Pi - \Pi_a)^2 \left(\frac{2C}{\kappa-1} \right)^2}{\left[1 - \frac{\kappa-1}{2} \left\{ (\Pi - \Pi_a) \frac{2C}{\kappa-1} \right\}^2 \right]^2} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\lambda = \frac{-\beta\{(\kappa-1) - 2C^2\} + 2\sqrt{\kappa-1} \sqrt{P_i^2\{(\kappa-1) + 2C^2\} - 2\beta^2}}{(\kappa-1) + 2C^2} \quad \dots\dots\dots (41)$$

なお、 $a_{ai} = \phi$ のとき、 $C=1$ となるから (41) 式は

$$\lambda = \frac{(3-\kappa)\beta + 2\sqrt{\kappa-1}\sqrt{(\kappa+1)P_i^2 - 2\beta^2}}{\kappa+1} \quad \dots\dots\dots (42)$$

となる。

3.2.2 管路からタンクへ流れるとき

$$(u < 0, \beta > P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}})$$

管路端圧力とタンク内圧力が等しいと仮定する。

$P_i = p$ から

$$P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} = P^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} = \frac{\lambda + \beta}{2} \quad \dots\dots\dots (43)$$

したがって、未知の λ は (43) 式から

$$\lambda = 2P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} - \beta \quad \dots\dots\dots (44)$$

となる。

✓ (37) 式からニュートン・ラプソン法を用い、 Π を求めれば、前述と同様に β_1 が求まる。

3.2 境界2 (図3(a) に示すように管路が開口端のとき)

3.2.1 タンクより管路へ流れるとき

$$(u \geq 0, \beta \leq P_i^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}})$$

タンクより管路への流れは等エントロピ変化、タンク内はよどみの状態であると仮定する。エントロピ線図は図3(b) に示した。エネルギー式から

$$a^2 + \frac{\kappa-1}{2} u^2 = a_i^2 \quad \dots\dots\dots (38)$$

(38) 式の両辺を a_{ai} で割り、無次元化すると

$$\left(\frac{A}{A_{ai}}\right)^2 + \frac{\kappa-1}{2} \left(\frac{U}{A_{ai}}\right)^2 = \left(\frac{A_i}{A_{ai}}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (39)$$

図3(b) のエントロピ線図から $\left(\frac{A}{A_{ai}}\right)^2 = P^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$

$\left(\frac{A_i}{A_{ai}}\right)^2 = P_i^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ となる。これらを (39) 式に代入し、

(35) 式から A_{ai} を消去すると

$$P^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} + \frac{\kappa-1}{2} (U \cdot C)^2 = P_i^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \dots\dots\dots (40)$$

(40) 式に $P = \left(\frac{\lambda + \beta}{2}\right)^{\frac{2\kappa}{\kappa-1}}$, $U = \frac{\lambda - \beta}{\kappa-1}$ を代入し、

未知の λ を求めると✓

3.3 境界3 (図4のように管路途中に分岐管があるとき)

各管路端における圧力 $p_1 = p_2 = p_3$ と仮定すると

$$\lambda_1 + \beta_1 = \lambda_2 + \beta_2 = \lambda_3 + \beta_3 \quad \dots\dots\dots (45)$$

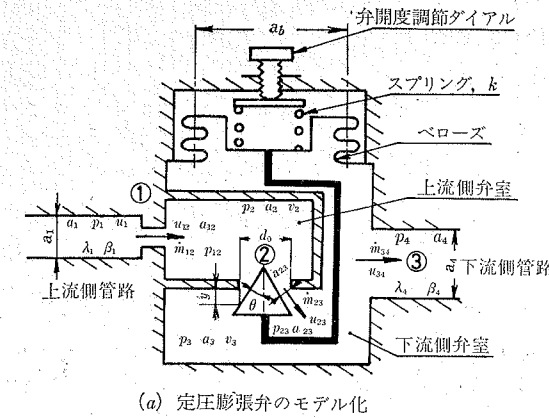
となる。連続の式から

$$F_1(\beta_1 - \lambda_1) + F_2(\lambda_2 - \beta_2) + F_3(\lambda_3 - \beta_3) = 0 \quad \dots\dots\dots (46)$$

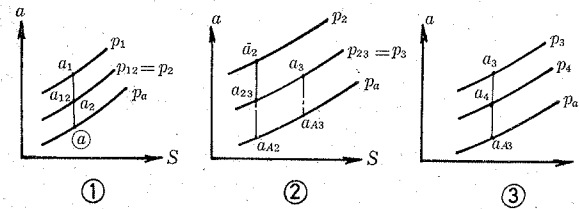
(45), (46) 式より未知の $\beta_1, \lambda_2, \lambda_3$ について求めると

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{(F_1 - F_2 - F_3)}{F_t} \lambda_1 + \frac{2F_2}{F_t} \beta_2 + \frac{2F_3}{F_t} \beta_3 \\ \lambda_2 &= \lambda_1 + \beta_1 - \beta_2 \\ \lambda_3 &= \lambda_1 + \beta_1 - \beta_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (47)$$

となる。ただし、 $F_t = F_1 + F_2 + F_3$, $F_{1-3} = \frac{a_{1-3}}{a_0}$



(a) 定圧膨張弁のモデル化



(b) 弁各部のエントロピ線図
図5 弁のモデル図とエントロピ線図

4. 弁の特性方程式

供試膨張弁をモデル化して図5(a) に示した。

4.1 弁の運動方程式

通常、供試膨張弁は弁開度調節ネジとベローズの間に振動防止用の摩擦ダンパを挿入してあるが、後述の過渡振動の実験で容易に発振するようにこれを取り除いた。そこで調節ネジとベローズの間の摩擦力は省略し、弁システムには小さな粘性制動が働くものと仮定する。慣性力、バネ力、流体力、圧力の釣り合いから

$$\frac{w}{g} \ddot{y} + C_a \dot{y} + k(y - y_h) + a_0(p_3 - p_5) - a(p_2 - p_3) = 0 \quad \dots\dots\dots (48)$$

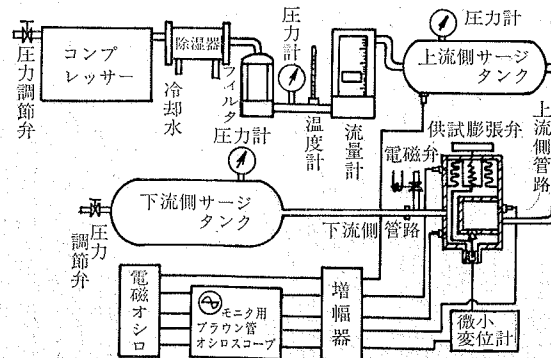


図6 実験装置

ここで、無次元化するのに $Z = \frac{a_0}{v_0} t$, $Y = \frac{y}{y_a}$, $a = \bar{a}(1 - C_f Y) = a_0 F_r F_y$ を (48) 式に導入すると

$$D^2 Y + \zeta D Y + \omega^2 (Y - Y_h) + \gamma (P_3 - P_5) - \xi F_r F_y (P_2 - P_3) = 0 \quad \dots\dots\dots (49)$$

4.2 上流側弁室内のエネルギー式および状態式 (付録を参照)

$$V_2 D P_2 = \kappa \left\{ D M_{12} \left(A_1^2 + \frac{\kappa-1}{2} U_1^2 \right) - C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23}) A_2 \right\} \quad \dots\dots\dots (50)$$

$$V_2 D P_2 - \frac{2P_2 V_2}{A_2} D A_2 = A_2^2 \times \left\{ D M_{12} - \frac{C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23})}{A_2} \right\} \quad \dots\dots\dots (51)$$

4.3 下流側弁室内のエネルギー式および状態式 (付録を参照)

$$(1 - J_2 Y) D P_3 - \kappa J_2 P_3 D Y = \kappa \left\{ C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23}) A_2 - A_3^2 D M_{34} \right\} \quad \dots\dots\dots (52)$$

$$(1 - J_2 Y) D P_3 - J_2 P_3 D Y - \frac{2P_3 (1 - J_2 Y)}{A_3} D A_3 = A_3^2 \left\{ \frac{C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23})}{A_2} - D M_{34} \right\} \quad \dots\dots\dots (53)$$

4.4 ベローズ室内の状態式

ベローズ室内の温度変化は弁変位が小さく、ベローズ容積の変化が小さいので省略する。状態式 $p_5 v_5 = m_5 R T_5$ より、これを時間で微分し、無次元化すると $(J_4 + J_5 Y) D P_5 + J_5 P_5 D Y = 0 \quad \dots\dots\dots (54)$

5. 実験装置および実験方法

実験装置の概略図を図6に示した。下流側管路端はサージタンクをつけ、圧力調整弁によってサージタンク内圧を一定にした場合(実験2)とサージタンクを除去し、大気開放にした場合(実験1)の2種類について行なった。図6は実験2を示す。弁変位の記録は弁変位の変化による容量変化を微小変位計を通し、D.C. アンプで増幅し、ブラウン管オシロスコープでモニタしながら、電磁オシログラフに記録した。弁室内圧力、ベローズ室内圧力、上流側サージタンク内圧力は圧力変換器の抵抗変化をストレーンアンプで増幅し、電磁オシログラフに

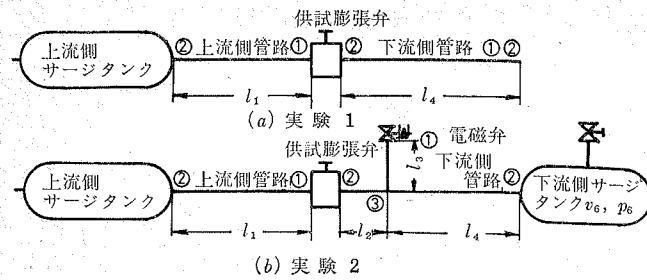


図7 2種の実験系

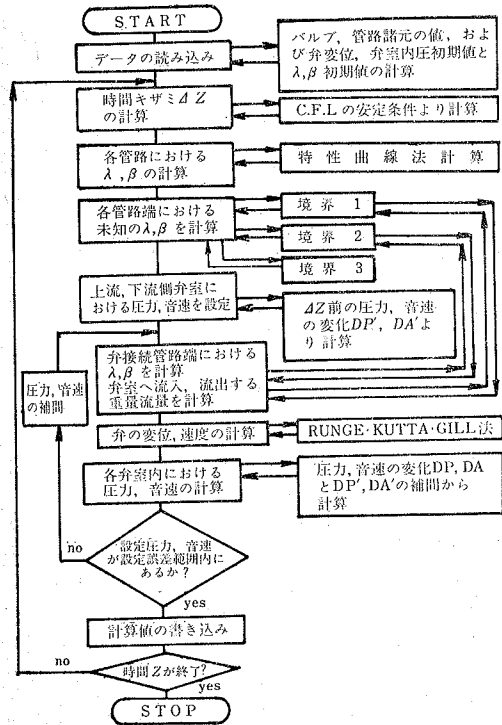


図8 フローチャート

記録した。

実験方法は定常状態で上流、下流側弁室圧を設定値になるよう圧力調節弁で調整し、下流側管路内に電磁弁の急開閉による圧力の外乱を与えた。なお、実験1については下流側管路端を急開閉し、圧力の外乱を与えた。パラメータの設定値はつぎのように選んだ。上流側弁室圧 p_2 を $9 \text{ kg/cm}^2\text{G}$ (0.88 MPa)、および $5 \text{ kg/cm}^2\text{G}$ (0.49 MPa)。下流側弁室圧 p_3 を $3 \text{ kg/cm}^2\text{G}$ (0.29 MPa) (実験2のみ)。弁開度 Y_0 を $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ 。下流側管路長 l_2 を $250 \sim 15 \text{ cm}$ まで 10 cm きざみとした。

6. 数値計算

図7に実験1, 2のそれぞれの配管の概略図と適用した境界条件を示した。図7(a)は実験1を示し、特性曲線法を適用する管路は l_1 と l_4 である。各管路端に示す数字は①が3章で述べた境界条件の項の境界1, 以下同様に②が境界2, ③が境界3を表わす。 l_4 の右端に数字を2つ示してあるのは①を外乱時に用い, ②を外乱終了時から用いる事を示している。図7(b)は実験2を示し、特性曲線法を適用するのは l_1, l_2, l_3, l_4 である。境界条件を示す数字は図7(a)と同様。 l_3 に示す①は外乱終了時からは1端閉管の境界条件 ($\lambda = \beta$) を用いる。なお、 l_2, l_3 の管路断面積は l_4 のそれに等しく、これを a_4 とする。

つぎに計算手順について述べる。図8に電子計算機による数値計算の手順をフローチャートで示した。図は左側がメイン・ルーチンの流れを示し、右側のブロックはサブルーチンを示す。データ読み込みの際の λ, β の初期値は外乱直前の定常値から計算する。定常状態における重量流量は $DM_{12} = DM_{23} = DM_{34}$ であるから、付録(6)式に実験パラメータの設定値を代入し、 DM_{23} を求める。 DM_{23} が小さいので $P_1 \div P_2, A_1 \div A_2$ とすると、たとえば、 l_1 の各網目における $\lambda_1^{0-n}, \beta_1^{0-n}$ はつぎの式から計算できる。

$$\lambda_1^{0-n} = P_2 \frac{\kappa-1}{2\kappa} + \frac{\kappa-1}{2} U_1 \dots (55)$$

$$\beta_1^{0-n} = P_2 \frac{\kappa-1}{2\kappa} - \frac{\kappa-1}{2} U_1 \dots (56)$$

ただし、 $U_1 = \frac{DM_{23} A_2^2}{F_1 P_2}$ 、 n : 網目数、時間きざみ ΔZ はつぎの Courant-Friedrichs-Lewy の安定判別式を用いて定める⁽⁴⁾。

$$\frac{\Delta Z}{\Delta X} \leq \frac{1}{A+|U|} \dots (57)$$

圧力、音速の設定は上、下流側弁室内の圧力、音速がそれぞれ定まらないと、図5(a)に示す未知の β_1, λ_4 を境界条件より決める事ができないので行なう。いま設定した値を $\bar{P}_2, \bar{P}_3, \bar{A}_2, \bar{A}_3$ とし、(50)~(53) 式の ΔZ 前の圧力、音速についての微分演算子の値を $DP_2', DP_3', DA_2', DA_3'$ とする。付録(14), (15) 式に境界条件から求めた β_1, λ_4 、および既知の λ_1, β_4 を代入し、弁へ流入、流出する重量流量 DM_{12}, DM_{34} を計算する。(49) 式、(54) 式にルンゲ・クッタ・ギル法を適用し、 Y, DY, P_5 を計算する。以上

で計算した $DM_{12}, DM_{34}, Y, DY, P_5$ と設定値を (50)~(53) 式へ代入し、 DP_2, DP_3, DA_2, DA_3 を求め、これと $DP_2', DP_3', DA_2', DA_3'$ よりそれぞれ補間し、これら補間した微分演算子の値を用い、 P_2, P_3, A_2, A_3 を計算する。ここで $P_{2,3}, \bar{P}_{2,3}$ 、および $A_{2,3}, \bar{A}_{2,3}$ をそれぞれ比較し、設定誤差範囲内であれば、先に求めた計算値を書き込む。範囲外の場合は $P_{2,3}, \bar{P}_{2,3}$ および $A_{2,3}, \bar{A}_{2,3}$ をそれぞれ補間し、これらを新たな設定値として範囲内に入るまで繰り返し計算を行なう⁽⁵⁾。

なお、実験2のときの下流側サージタンク内圧力 p_6 の変動については、これをエネルギー式で考慮した。また弁の運動方程式では弁変位が y あるいは0のとき、弁座とストップにおける衝突を考慮し、反撥係数を0.2とした。

7. 実験と計算の結果

図9に実験結果を実線で、計算結果を破線で示した。図9(a)~(e)は実験2、(f),(g)は実験1の場合を示す。パラメータの値は各図中の上に示し、膨張弁のおもなパラメータを表1に示した。時間軸0のところで y, p_3 は定常状態における値を示す。ただし、図9(f),(g)は外乱持続時間が長いので外乱ピーク時の値を示した。

表1 計算に用いた膨張弁のおもな値

記号	値	記号	値
y_0	0.094 cm	C_f	0.833
w	0.065 kg {0.637 N}	C_v	0.9
C_d	0.0024 kg/cm {2.34 Ns/m}	ζ	0.975×10^{-4}
h	53.5 kg/cm {52.4 KN/m}	ω	0.246×10^{-2}
v_0	28.5 cm ³	η	0.783×10^{-5}
v_2	3.2 cm ³	ξ	0.377×10^{-3}
d_0	0.4 cm	F_r	0.416×10^{-3}
a_1	0.442 cm ²	V_2	0.112
a_4	0.882 cm ²	J_1	0.165×10^{-3}
a_3	6.29 cm ²	J_2	0.208×10^{-1}
θ	22.5° {0.39 rad}	J_4	0.705
l_1	166 cm	F_1	0.146×10^{-2}
l_2	15 cm	F_4	0.291×10^{-2}
l_3	13 cm	L_1	1766
t_0	0.274×10^{-5} s	L_2	160
@	3.43×10^4 cm/s	L_3	138

実験2での電磁弁急開閉の外乱は図からわかるように圧力波形 p_3 に凹凸形の変化を与えているが、これはつぎの理由による。定常状態で電磁弁を開くと、圧力 p_3 は管路 l_3 から圧縮空気が排出されるため、降

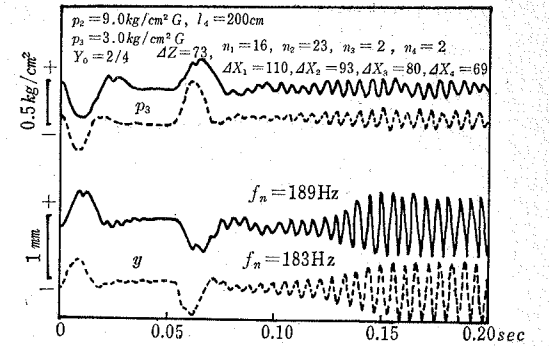


図9(a) 実験値と計算値の比較(実験2)

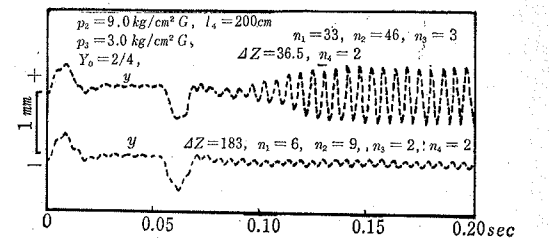


図9(b) 網目数の計算値におよぼ影響(実験2)

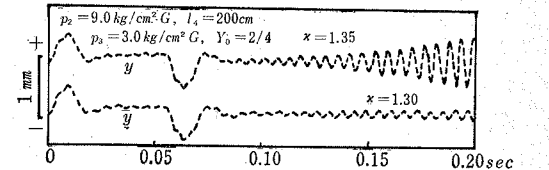


図9(c) 空気の比熱比の影響(実験2)

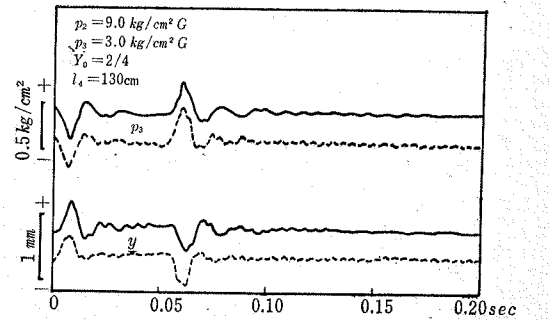


図9(d) 実験値と計算値の比較(実験2)

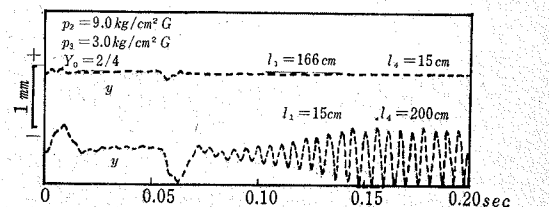


図9(e) 管路長が過渡振動におよぼす影響(実験2)

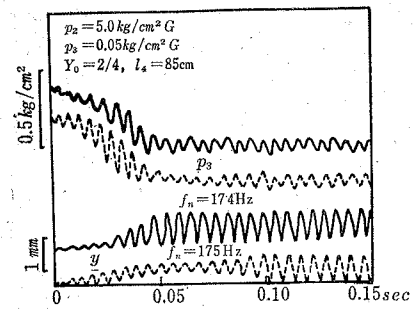


図9(f) 実験値と計算値の比較(実験1)

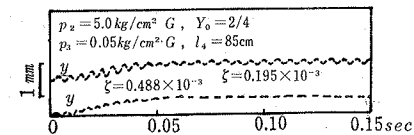


図9(g) 弁の振動系の粘性減衰力が過渡振動におよぼす影響(実験1)

下するが、 v_3 内の圧縮空気が逆流し、再び p_3 が上昇し、最初の凹形の変化を起す。さらに電磁弁を閉じると逆流の圧縮空気の流れが阻止され、これが v_3 内に流れ、 p_3 が上昇し、凸形に変化する。

定常な振動での弁変位の振幅は各実験値とも弁最大変位 (0.094 cm) であり、弁座とストップでの衝突振動をしている。実験値、計算値の弁変位の振動数は図中に f_n で示した。実験値と計算値の振動数や波形がほぼ一致していることから、解析の妥当な事がわかる。

図9(d)は(a)の下流側管路長 $l_4=200$ cm を $l_4=130$ cm に変えた場合を示しており、その他の条件は電磁弁の開閉時の開口面積、開口速度の外乱条件も含め、両者同じである。(d)は(a)に比較して外乱が小さくなっているが、これは l_4 を短くしたため、 v_3 からの逆流圧縮空気の v_3 に到達する時間が短いためである。図から下流側管路の圧力波動が弁の発振に大きな影響を与えることがわかる。図9(e)は上が管路長 l_4 を 15 cm、下が l_1 を 15 cm にした場合のそれぞれの計算結果を示しており、その他の条件は(a)と同じである。図から l_4 と比較して l_1 の長さは弁の発振にほとんど影響しないことがわかる。図9(g)は粘性減衰力 ζ の値を除いて図9(f)と同じ条件であり、 ζ を2倍、5倍にとると、その大きさによって弁が発振しにくくなる推移を計算値で示した。

特性曲線計算における網目数はつぎのように定めた。(57)式に $\Delta X = \frac{L}{n}$ を代入し、 n について求める

$$n \leq \frac{1}{A+|U|} \frac{L}{\Delta Z} \dots\dots\dots (58)$$

実験結果より定常な弁変位の振動数は約 200 Hz、周期は 0.005 sec である。そこで、この1周期を 10, 25, 50 にそれぞれ分割すると時間さきみは 0.0005, 0.0002, 0.0001 sec (無次元化した ΔZ はそれぞれ、183, 73, 36.5) となる。したがって、(58)式に ΔZ 、管路長 L 、音速 A 、平均流速 U を代入すれば、各管路における網目数が定まる。図9(b)に(a)の $\Delta Z=73$ の代りに $\Delta Z=183$ 、 $\Delta Z=36.5$ を用いたときの網目数で計算した弁変位の結果をそれぞれ示した。

(a)および(b)の上側の $\Delta Z=36.5$ は両者ほとんど変わっていないのに対して、(b)の下側の $\Delta Z=183$ では外乱後の振幅の成長がみられず、微小な持続振動となり、(a)と大きく異っている。そこで、網目数は1周期を25等分し、その時間さきみから定めた。

計算結果はすべて比熱比 $\kappa=1.4$ を用いているが、図9(c)ではこれを $\kappa=1.35$ 、 1.30 とした場合の計算結果を示した。3種類の比熱比について実験結果と比較すると $\kappa=1.4$ のときが実験値と良く一致しており、比熱比は 1.4 とした。

8. 結 論

これまでに述べた実測値と計算値がほぼ一致したことから結論として

1. 本計算方法によって管路系の圧力波動を含めた定圧膨張弁の発振時の過渡特性をほぼ定量的に明らかにできた。
2. 弁の動特性には下流側管路の圧力波動が大きく影響をおよぼし、同じ外乱付加条件でも管路長によって外乱の大きさが異なることが解析的にも明らかにした。
3. これらの過渡特性の基礎式と境界条件がほぼ満足できる事から、定圧膨張弁の振動の安定判別、ならびにより安定な弁への設計の手掛りがつかめた。

なお、これらの解析をもとに、定圧膨張弁の振動の安定性についても後日発表の予定である。

終りに、本研究を行なうに当り、実験に協力された鷺宮製作所第1開発部次長、牧田裕氏、ならびに当時東京農工大学で卒業研究として実験を行なった武藤健志、藤沼誠両君に謝意を表します。

付 録

1. 弁室内におけるエネルギー式および状態式

図5(a)に示すように弁オリフィスを通り、下流側弁室 v_3 へ流れる空気の流速 u_{23} 、オリフィス面積を a_{23} とする。ここに v_2 よりオリフィスへの流れを等エントロピ変化、オリフィスより v_3 への流れを等圧変化とし、空気は理想気体と仮定する。図5(b)に①、②、③で示される弁各部のエントロピ線図を示した。弁オリフィスの流量係数を C_c とすると重量流量 m_{23} は

$$m_{23} = C_c a_{23} \rho_{23} g u_{23} = C_c a_{23} \frac{p_{23}}{RT_{23}} u_{23} \dots\dots (1)$$

エネルギー式から

$$a_2^2 = a_{23}^2 + \frac{\kappa-1}{2} u_{23}^2 \dots\dots\dots (2)$$

等圧変化の仮定から $\left(\frac{a_{23}}{a_2}\right)^2 = \left(\frac{p_{23}}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$

$$= \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \text{ となる。}$$

(2)式の両辺を a_2 で割り、これに上記の関係を代入すると u_{23} は

$$u_{23} = a_2 \left[\frac{2}{\kappa-1} \left\{ 1 - \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots (3)$$

弁のストローク y が小さいときは $a_{23} \doteq \pi y \sin \theta d_0$ とおけることができる。そこで、 $J_1 = y a \sin \theta \pi d_0 / a_0$ と置き、 a_{23} を表わすと

$$a_{23} = a_0 Y J_1 \dots\dots\dots (4)$$

(3)、(4)式を(1)式に代入し、これを $DM_{23} = \frac{dM_{23}}{dZ} = \frac{dm_{23}}{dt} \cdot \frac{1}{m_0} \left(\frac{v_0}{a_0}\right) = \frac{dm_{23}}{dt} \left(\frac{RT_0}{p_0 a_0}\right) \times \left(\frac{v_0}{a_0}\right)$ から無次元化すると

$$DM_{23} = \frac{C_c J_1 Y A_2 P_3}{A_{23}^2} \left[\frac{2}{\kappa-1} \left\{ 1 - \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots (5)$$

$A_{23}^2 = A_2^2 (P_3/P_2)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ を(5)式に代入し、整理すると

$$DM_{23} = \frac{C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23})}{A_2} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $R_{23} = \frac{P_3}{P_2}$ 。なお、 $R_{23} < 0.528$ のときは u_{23} は音速となり、 $\varphi(R_{23}) = 0.579$ となる。

v_2 内におけるエネルギー式は

$$\frac{d p_3}{dt} = \frac{1}{v_2} \left\{ \frac{d m_{12}}{dt} \cdot \frac{1}{g} (a_1^2 + \frac{\kappa-1}{2} u_1^2) - \frac{d m_{23}}{dt} \frac{1}{g} a_2^2 \right\} - \kappa \frac{p_2}{v_2} \frac{d v_2}{dt} \dots\dots (7)$$

ここに $v_2 = \text{const}$ 、より $\frac{d v_2}{dt} = 0$ である。したがって、(7)式を無次元化し、(6)式を代入すると

$$V_2 D P_2 = \kappa \left\{ DM_{12} \left(A_1^2 + \frac{\kappa-1}{2} U_1^2 \right) - C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23}) A_2 \right\} \dots\dots\dots (8)$$

v_2 内における状態式は $p_2 v_2 = m_2 R T_2$ より、これを時間で微分し、無次元化すると

$$V_2 D P_2 - \frac{2 P_2 V_2 D A_2}{A_2} = A_2^2 D M_2 \dots\dots\dots (9)$$

$DM_2 = DM_{12} - DM_{23} = DM_{12} - \frac{C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23})}{A_2}$ より

$$\text{これを(9)式に代入すると}$$

$$V_2 D P_2 - \frac{2 P_2 V_2 D A_2}{A_2} = A_2^2 \left\{ DM_{12} - \frac{C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23})}{A_2} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

v_3 内におけるエネルギー式は v_2 と同様に $V_3 D P_3 + \kappa P_3 D V_3 = \kappa \{ C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23}) \times A_2 - A_3^2 D M_{34} \} \dots\dots\dots (11)$

ここに、 $V_3 = \frac{v_3}{v_0} = \frac{v_0 - a_0 y}{v_0} = 1 - J_2 Y$ 、 $(J_2 = \frac{a_0 y a}{v_0})$

とおくと、(11)式は $(1 - J_2 Y) D P_3 - \kappa J_2 P_3 D Y = \kappa \{ C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23}) A_2 - A_3^2 D M_{34} \} \dots\dots (12)$

v_3 内の状態方程式は v_2 と同様に $(1 - J_2 Y) D P_3 - J_2 P_3 D Y - 2 P_3 (1 - J_2 Y) \times \frac{D A_3}{A_3} = A_3^2 \left\{ \frac{C_c J_1 Y P_2 \varphi(R_{23})}{A_2} - D M_{34} \right\} \dots\dots (13)$

以上より導いた(8)、(10)式に含まれる DM_{12} 、 A_1 、 U_1 は図5(a)に示す上流側管路端のリーマン変数 λ_1 、 β_1 から次式によって計算する。

$$DM_{12} = \frac{F_1 P_1 U_1}{A_1^2} = F_1 \left(\frac{\lambda_1 - \beta_1}{\kappa - 1} \right) \left(\frac{\lambda_1 + \beta_1}{2} \right)^{\frac{2}{\kappa - 1}}$$

$$U_1 = \frac{\lambda_1 - \beta_1}{\kappa - 1}, \quad A_1 = \frac{\lambda_1 + \beta_1}{2} \dots\dots\dots (14)$$

(12)、(13)式に含まれる DM_{34} を λ_4 、 β_4 から計算する場合は図5(b)のエントロピ線図から $\frac{\lambda_4 + \beta_4}{2} =$

$$\left(\frac{p_4}{p_a}\right)^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}} = \frac{a_4}{a_{A3}} \neq A_4 \text{ である。したがって、} A_4 \text{ はエネルギー式 } (A_3^2 = A_4^2 + \frac{\kappa-1}{2} U_{34}^2) \text{ から求め、} DM_{34} \text{ は}$$

$$DM_{34} = \frac{F_4 P_4 U_{34}}{A_4^2} = \frac{F_4 \left(\frac{\lambda_4 + \beta_4}{2} \right)^{\frac{2\kappa}{\kappa-1}} \left(\frac{\lambda_4 - \beta_4}{\kappa-1} \right)}{A_3^2 - \frac{\kappa-1}{2} \left(\frac{\lambda_4 - \beta_4}{\kappa-1} \right)^2} \dots\dots\dots (15)$$

となる。

参 考 文 献

- (1) D. H. Tsai, E. C. Cassidy: Dynamic Behavior of a Simple Pneumatic Pressure Reducer, ASME, Ser. D, Vol. 83, No. 2, (1961) P. 253
- (2) 森永智昭: 空気減圧弁の動特性, 計測自動制御学会論文集, Vol. 6, No. 1, (昭和44-8) P. 68
- (3) 入江良彦, 太田優: 冷凍サイクルにおける膨張弁の安定性について, 日本機械学会関西支部第225回講演会, 講演論文集 (45-11-6) P. 62
- (4) R. S. Benson, R. D. Gang & D. Woollatt: A Numerical Solution of Unsteady Flow Problems, Int. J. Mech. Sci. Vol. 6 (1964) P. 117
- (5) A. S. Ucer: Unsteady Flow in Reciprocating Compressor Systems, Ph. D. Thesis, Victoria University of Manchester, (1970)